

Guía Práctica N° 13: Función Exponencial

POTENCIAS – ECUACIÓN EXPONENCIAL – FUNCIÓN EXPONENCIAL

---

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Sean  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  y  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Entonces:

\* PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

\* CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

---

EJEMPLOS

1.  $-4^a \cdot 4^2 =$

- A)  $-4^{a-2}$
- B)  $-4^{a+2}$
- C)  $-4^{2a}$
- D)  $16^{2a}$
- E)  $(-16)^{a+2}$

2.  $(-2)^{2n} =$

- A)  $-2^{2n}$
- B)  $-4^n$
- C)  $2^{-2n}$
- D)  $4^{-n}$
- E)  $2^{2n}$

3.  $(-3)^3 =$

- A) -27
- B) -9
- C)  $3^{-3}$
- D) 9
- E) 27

4.  $5^b : -5^{b-4} =$

- A)  $-5^4$
- B)  $-5^{-4}$
- C)  $5^{-4}$
- D)  $5^4$
- E)  $-5^{2b-4}$

5. 
$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (-2)^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (-2)^{-2}} =$$

- A) 1
- B) 4
- C) -1
- D) -4
- E) no se puede determinar debido a que las bases son distintas.

6. 
$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3^x} =$$

- A)  $\frac{3}{3^x}$
- B)  $3^{x+1}$
- C)  $3^{x+1} - 1$
- D) 3
- E) 2

7.  $(3^7 + 3^3)(3^4 + 3^0)^{-1} =$

- A)  $3^{-14}$
- B)  $3^{-6}$
- C)  $3^3$
- D)  $3^6$
- E)  $2 \cdot 3^3$

---

Sean  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  y  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Entonces:

\* PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

\* CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

\* POTENCIA DE UNA POTENCIA

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

---

### EJEMPLOS

1.  $5^{x-2} \cdot (20)^{x-2} =$

- A)  $100^{(x-2)^2}$
- B)  $10^{4x-8}$
- C)  $10^{2x-4}$
- D)  $10^{2x-2}$
- E)  $2^{-2x+4}$

2.  $\frac{9^x - 1}{3^x - 1} =$

- A)  $3^{x-4}$
- B)  $3^{x-3}$
- C)  $3^{x-2}$
- D)  $3^x$
- E)  $3^{x-1}$

3. Al simplificar la expresión  $\frac{27^{3a-2} \cdot 9^{-a}}{3^{3+a}}$  se obtiene

- A)  $3^6$
- B)  $9^{-a}$
- C)  $3^{5a+9}$
- D)  $3^{6a-9}$
- E)  $9^{-a+2}$

4. La expresión  $a^{a^a}$ , con  $a$  perteneciente a los enteros, es equivalente a:

- I)  $(a^a)^a$
- II)  $a^{(a)^a}$
- III)  $((a)^a)^a$

Es (son) verdadera(s)

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

5. Si  $a = 2^{-2}$ , entonces  $\frac{a^{-2} \cdot a^5}{a \cdot a^{-3}} =$

- A)  $2^{-25}$
- B)  $2^{-10}$
- C)  $2^{-4}$
- D)  $2^{10}$
- E)  $2^{25}$

6.  $\frac{(9a)^3}{(3b)^3} =$

- A)  $27\left(\frac{a}{b}\right)^3$
- B)  $9\left(\frac{a}{b}\right)^3$
- C)  $3\left(\frac{a}{b}\right)^3$
- D)  $\frac{1}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^3$
- E)  $\frac{1}{9}\left(\frac{a}{b}\right)^3$

7.  $(-3)^{2n}(-2)^{2n} =$

- A)  $-(6)^{2n}$
- B)  $-(6)^{4n}$
- C)  $-(5)^{2n}$
- D)  $(6)^{4n}$
- E)  $(6)^{2n}$

---

Sean  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  y  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Entonces:

\* **POTENCIAS DE IGUAL BASE**

$$a^m = a^n \Leftrightarrow m = n, \text{ con } a \text{ distinto de } -1, 0 \text{ y } 1$$

\* **POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE**

$$a = b \Rightarrow a^n = b^n$$

**ECUACIÓN EXPONENCIAL**

Ecuación exponencial es aquella que tiene la(s) incógnita(s) en el exponente de una o más potencias.

Para resolver una ecuación exponencial se debe reducir cada miembro de la igualdad a una potencia y luego igualar las bases, aplicando las propiedades correspondientes. Las bases deben ser distintas de **cero**, **uno** y **menos uno**.

---

**EJEMPLOS**

1. Si  $3^{2x} = 3^3$ , entonces  $2x - 3 =$

- A) 0
- B) 1
- C)  $\frac{3}{2}$
- D) 2
- E) 3

2. Si  $4^{x+1} \cdot 2^{2x-6} = (0,5)^x$ , entonces  $x$  es

- A)  $\frac{4}{3}$
- B)  $\frac{4}{5}$
- C)  $\frac{5}{2}$
- D)  $-\frac{4}{3}$
- E)  $-\frac{4}{5}$

3. Si  $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 13$ , entonces  $x$  es

- A) -3
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 3

4. Si  $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^w = 180$ , con  $x, y, z, w \in \mathbb{Z}$ , entonces  $x + y + z + w =$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) no es divisible por siete, por ende no se puede determinar.

5. La solución de la ecuación  $(0,01)^{-x+5} = 100$  es

- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 3
- E) 2

6. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si  $x^6 = 3^6$ , entonces  $x = 3$ .
- II) Si  $x^5 = 5^5$ , entonces  $x = 5$ .
- III) Si  $x^3 = y^3$ , entonces  $x = y$ .

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

7. ¿Cuál es el valor de  $x$  en la ecuación  $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} = \left(\frac{125}{27}\right)^{-x+2}$ ?

- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 3
- E) 1

---

## FUNCIÓN EXPONENCIAL

La función  $f$  definida por  $f(x) = a^x$ , con  $a \in \mathbb{R}^+$  y  $a \neq 1$  se denomina **función exponencial**.

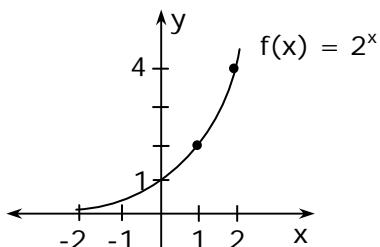
### Propiedades

- \* El Dominio es:  $D_f = \mathbb{R}$
- \* El Recorrido es:  $R_f = \mathbb{R}^+$
- \* La gráfica intercepta al eje de las ordenadas en el punto  $(0, 1)$ .
- \* Si  $a > 1$ , entonces  $f(x) = a^x$  es creciente.
- \* Si  $0 < a < 1$ , entonces  $f(x) = a^x$  es decreciente.
- \* La gráfica no corta al eje de las abscisas.

### GRÁFICAS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

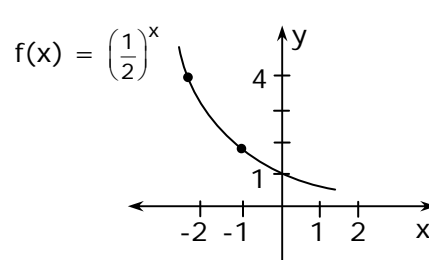
1)  $f(x) = 2^x$

x	f(x)
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4



2)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$



---

### EJEMPLOS

1. Con respecto a la función  $f(x) = 5^x$ , ¿cuál de las siguientes opciones es **falsa**?

- A) La función  $f(x)$  es creciente
- B)  $f(2) = 25$
- C) La gráfica no intersecta al eje de las abscisas
- D) La gráfica intersecta al eje de las ordenadas en el punto  $(1, 0)$
- E)  $f(-2) < f(2)$

2. Dada la función  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ , ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) La función  $f(x)$  es decreciente.
- II)  $f(-2) = 16$
- III)  $f(-1) > f(1)$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

3. Dada la función  $f(x) = 1^x$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La función  $f(x)$  es una función constante.
- II) Su dominio son los reales.
- III) Su recorrido está dado por  $\{1\}$ .

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

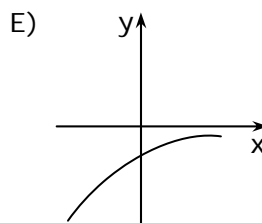
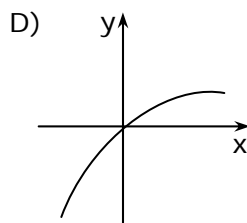
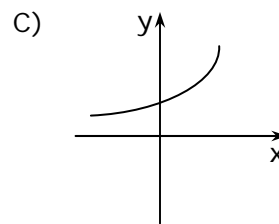
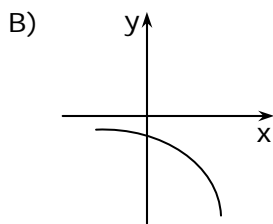
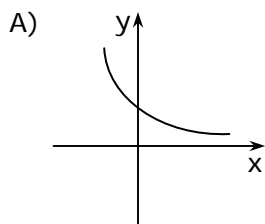
4. En la función exponencial  $f(x) = ka^x$ , si  $f(0) = 2$  y  $f(2) = 50$ , ¿cuál es el valor de la constante  $k$  y de la base  $a$ , respectivamente?

- A)  $-\sqrt{2}$  y  $-5$
- B)  $2$  y  $-5$
- C)  $-2$  y  $5$
- D)  $\sqrt{2}$  y  $-5$
- E)  $2$  y  $5$

5. Para que la función  $f(x) = a^{kx}$ , sea decreciente se debe cumplir que

- A)  $0 < a < 1$  y  $k < 0$
- B)  $a > 1$  y  $k > 0$
- C)  $a > 1$  y  $k < 0$
- D)  $a > 1$  y  $k < 1$
- E) ninguna de las alternativas anteriores.

6. La gráfica de la función  $y = -5^x$  está mejor representada en la opción





## EJERCICIOS

1.  $-2^4 - (4^2 - 2^5) =$

- A) -32
- B) -16
- C) 32
- D) 16
- E) 0

2. ¿Cuánto es la mitad de  $2^8$ ?

- A)  $\left(\frac{1}{2}\right)^8$
- B)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
- C)  $1^8$
- D)  $2^4$
- E)  $2^7$

3.  $\left(\frac{1}{3}b^{-3}\right)^{-2} =$

- A)  $\frac{1}{9}b^6$
- B)  $\frac{1}{3}b^6$
- C)  $\frac{1}{3}b^{-5}$
- D)  $9b^{-5}$
- E)  $9b^6$

4.  $\frac{a^{3-x}}{a^{5x}} =$

- A)  $a^{3-6x}$
- B)  $a^{3+4x}$
- C)  $a^{-2}$
- D)  $a^{3-4x}$
- E)  $a^{6x-3}$

5.  $\frac{a^4b^{-12}}{a^{-2}b^{-4}} =$

- A)  $a^2b^{-16}$
- B)  $a^6b^{-8}$
- C)  $a^{-2}b^3$
- D)  $\frac{8}{6}$
- E)  $-\frac{8}{6}$

6. Si  $3^{x+2} = 9^{x-1}$ , entonces  $x$  es igual a

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) -4

7. Si  $3^{2x} = 27$ , ¿cuántas veces  $x$  es igual a 6?

- A) 4
- B)  $\frac{3}{2}$
- C) 2
- D)  $\frac{9}{2}$
- E) 9

8. Si  $a^{x+3} = b$ , entonces  $\frac{b}{a} =$

- A)  $x + 3$
- B)  $a^x$
- C)  $a^{x+1}$
- D)  $a^{x+2}$
- E)  $a^{-x-2}$

9. Si  $16 \cdot 16 = 4^x$ , entonces  $x =$

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 8

10. Si  $n$  es un número entero, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I)  $n^2 \cdot n^3 = n^5$
- II)  $2^n + 3^n = 5^n$
- III)  $2^n \cdot 3^n = 6^n$

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

11. La expresión  $b^5 + b^5 + b^5$  es equivalente a

- A)  $(3b)^5$
- B)  $b^{15}$
- C)  $(3b)^{15}$
- D)  $3b^{15}$
- E)  $3b^5$

12. 
$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-a} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^a}{\left(\frac{9}{4}\right)^a} =$$

- A) 1
- B)  $\frac{3}{2}$
- C)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2$
- D)  $\left(\frac{3}{2}\right)^a$
- E)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{a^2}$

13.  $6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 =$

- A)  $6^3$
- B)  $6^4$
- C)  $6^{18}$
- D)  $36^3$
- E)  $36^{18}$

14. Si  $3^{x+2} = 243$ , entonces  $2^x$  es igual a

- A) 3
- B) 5
- C) 6
- D) 8
- E) 27

15. Si  $M = \frac{(t^2)^{-2} \cdot (-t)^2}{t^4}$ , entonces cuando  $t = 0,1$  el valor de  $M$  es

- A) 0,001
- B) 0,01
- C) 10.000
- D) 100.000
- E) 1.000.000

16. Si  $3^{2x} \cdot 9^x \cdot 27^{2x} = \frac{1}{81^5}$ , entonces  $\frac{x}{2}$  es igual a

- A) -4
- B) -2
- C) -1
- D) 1
- E) 2

17. Si  $(0,01)^{x-5} = 100$ , entonces el valor de  $x$  es

- A) -6
- B) -4
- C)  $\frac{3}{2}$
- D) 3
- E) 4

18. El valor de  $x$  en la ecuación  $2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 56$  es

- A) 2
- B) 3
- C)  $\frac{2}{3}$
- D) -3
- E) -4

19. El valor de  $x^2$  en la ecuación  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{9}{4}\right)^{x+3}$  es

- A) -1
- B) 1
- C) -3
- D) 3
- E) 9

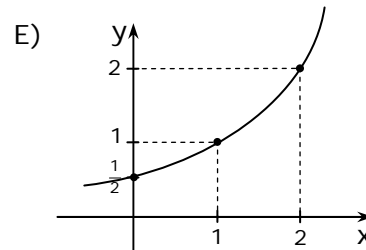
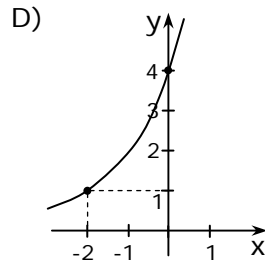
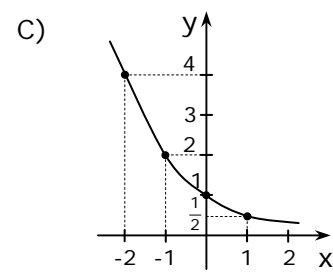
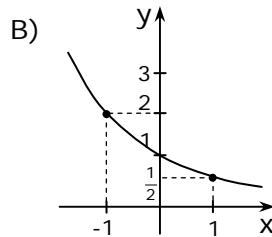
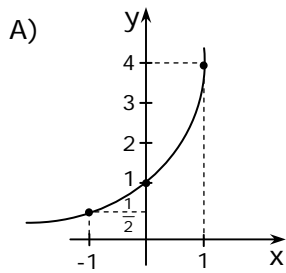
20. Si tomáramos una hoja de papel de 0,1 mm de grosor y la dobláramos sucesivamente por la mitad, ¿cual sería el grosor del cuerpo resultante luego del  $n$ -ésimo doblez?

- A)  $0,1 \cdot 2^{n+1}$  mm
- B)  $0,1 \cdot 2^{n-1}$  mm
- C)  $0,1 \cdot 2^n$  mm
- D)  $(0,1 + 2^{n+1})$  mm
- E)  $(0,1 + 2^n)$  mm

21. El número de bacterias  $B$  en un cierto cultivo está dado por  $B = 100^t \cdot 100^{100}$ , siendo  $t$  el tiempo en horas. ¿Cuál será el número de bacterias al cabo de 4 horas?

- A)  $100^{400}$
- B)  $4 \cdot 100^{100}$
- C)  $400^{100}$
- D)  $100^{104}$
- E)  $104^{100}$

22. El gráfico de la función  $f(x) = 2^{x-1}$  está representado por la alternativa



23. Un microorganismo se duplica cada 15 minutos. Si una muestra de laboratorio existía un microorganismo a las 09:00 A.M., ¿cuántos microorganismos habrá en esa misma muestra a las 4:00 P.M.?

- A)  $2^{28}$
- B)  $2^{24}$
- C)  $2^{20}$
- D)  $2^{14}$
- E)  $2^7$

24. Si  $2^x + 2^{-x} = M$ , entonces  $4^x + 4^{-x} =$

- A)  $M^2 - x$
- B)  $M^2 - 1$
- C)  $M^2 + 2$
- D)  $M^2 - 2$
- E)  $M^2 + 1$

25. Una bacteria se reproduce de acuerdo a la expresión  $2^t$ , siendo  $t$  el tiempo en horas. ¿En cuántas horas se tendrá 1.024 bacterias?

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) 12

26. La expresión  $\frac{a^{x+7}}{a^{x+2}}$  toma **siempre** un valor positivo si :

(1) **a** es un número positivo.

(2) **a** es un número par.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

27. Sean  $x \neq 5$  e  $y \neq 0$ . Se puede determinar el valor numérico de  $\frac{(x-5)^2}{(5-x)^2} + \left(\frac{6}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{y}{6}\right)^3 \cdot z$  si :

(1)  $y = 4$

(2)  $z = 5$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

28. El valor de **m** se puede determinar en la figura 1, si :

(1)  $f(m) = 125$  y  $a = 5$

(2)  $n = 125$  y  $f(x) = 5^x$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

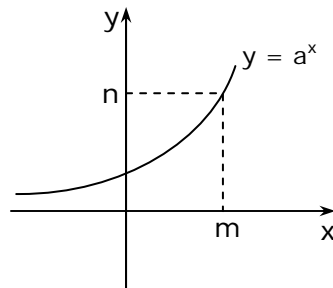


fig. 1

29. Se puede determinar el punto de intersección del gráfico de la función exponencial  $f(x) = n \cdot a^x$ , con el eje de las ordenadas si :

(1) Se conoce el valor de **a**.

(2) Se conoce el valor de **n**.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

30. Se puede afirmar que la expresión  $\left(\frac{1}{a}\right)^x$ , de variable  $x$ , es una función exponencial creciente sobre los reales si :

(1)  $a$  es positivo.

(2)  $a < 1$

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

DMNMA25

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web  
<http://pedrovaldivia.cl/>