

Guía Práctica N° 14: Función Logarítmica

LOGARITMOS – FUNCIÓN LOGARÍTMICA

DEFINICIÓN

El logaritmo de un número real positivo **b** en base **a**, positiva y distinta de 1, es el número **m** a que se debe elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b, \quad b > 0, \quad 1 \neq a > 0$$

- OBSERVACIONES:**
- * La expresión $\log_a b = m$ se lee “el logaritmo de **b** en base **a** es **m**”.
 - * El logaritmo es la operación inversa de la exponenciación.
 - * $\log_{10} a = \log a$.

CONSECUENCIAS DE LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO

*

$$\log_a 1 = 0$$

*

$$\log_a a = 1$$

*

$$\log_a a^m = m$$

EJEMPLOS

1. $\log_5 125 = 3$ expresado en forma exponencial es

- A) $3^5 = 125$
- B) $5^{\frac{1}{3}} = 125$
- C) $5^3 = 125$
- D) $125^{\frac{1}{5}} = 3$
- E) $125^{-3} = \frac{1}{5}$

2. $3^3 = 27$ expresado en forma logarítmica es

A) $\log_3 27 = 3$

B) $\log_{27} 3 = 3$

C) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = 3$

D) $\log_{\frac{1}{3}} 3 = 27$

E) $\log_3 \left[\frac{1}{3} \right] = 27$

3. $\log(3 \cdot 3^{-1}) =$

A) -1

B) 0

C) 1

D) 9^{-1}

E) -9

4. $\log_m \frac{m^2 + m}{m + 1} =$

A) $2m$

B) $m + 1$

C) m

D) 1

E) 0

5. $\log_3 \left[\frac{1}{9} \right] =$

A) $\frac{1}{3}$

B) $-\frac{1}{3}$

C) 2

D) -2

E) $\sqrt[3]{9}$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Sean $b > 0$, $c > 0$, $1 \neq a > 0$

* LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

* LOGARITMO DE UN CUOCIENTE

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

EJEMPLOS

1. $\log_3 5 + \log_3 7 =$

- A) $\log_3 5 \cdot \log_3 7$
- B) $(5 \cdot 7)^3$
- C) 3^{35}
- D) $\log_3 12$
- E) $\log_3 35$

2. Si $\log_2 m - \log_2 n = 5$, el cuociente $\frac{m}{n}$ es igual a

- A) 10
- B) 25
- C) 32
- D) 64
- E) 128

3. $\log 3 + \log 4 - \log 2$ escrito como el logaritmo de un número es

- A) $\log 5$
- B) $\log 6$
- C) $\log 10$
- D) $\log \frac{3}{2}$
- E) $\log \frac{3}{8}$

4. El desarrollo logarítmico de $\frac{3a}{2b}$ es

- A) $\log 3 + \log a - \log 2 + \log b$
- B) $\log 3 - \log 2 + \log a - \log b$
- C) $\log 3 + \log 2 - \log a - \log b$
- D) $1,5 (\log a - \log b)$
- E) $\log 5 + \log a - \log b$

5. El valor de $2 - \log 25$ es

- A) $\log 2$
- B) $\log 3$
- C) $\log 4$
- D) $\log 5$
- E) $2 + 5 \log 2$

6. $\log_2 128 - \log_2 16 =$

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) $\log_3 9$
- E) $\log_4 64$

7. $\log \frac{a+b}{a-b} =$

- A) $2 \log b$
- B) $\log + \log (-b)$
- C) $\log a (\log b - \log (-b))$
- D) $\log (a + b) - \log (a - b)$
- E) $\frac{\log a \log b^2 - \log a}{\log b}$

* LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

* LOGARITMO DE UNA RAÍZ

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b, \text{ con } n > 0$$

* CAMBIO DE BASE

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

EJEMPLOS

1. $\log_2 \frac{1}{8} =$

- A) 3
- B) 2
- C) 0
- D) -2
- E) -3

2. $\log_4 \sqrt[4]{4} =$

- A) $\frac{1}{4}$
- B) 1
- C) 4
- D) 16
- E) otro valor

3. $-\frac{1}{5} \log_3 2 =$

- A) $\log_3 2^{-5}$
- B) $-5 \log_3 2^{-1}$
- C) $\log_3 2^{\frac{1}{5}}$
- D) $-\log_3 \sqrt[5]{2}$
- E) $\log_3 \sqrt[5]{-2}$

4. $\log a^3 \cdot \sqrt{c^3} =$

- A) 2
- B) $5\frac{1}{3}$
- C) 8
- D) $\log_{29} 35$
- E) $\log_{54} 96$

5. El valor de la expresión $\log_{27} 3 + \log_2 32$ es

- A) 2
- B) $\log \frac{25}{4}$
- C) $\frac{2 - \log 2}{\log 2}$
- D) $\frac{2 + \log 4}{\log 4}$
- E) $\frac{1}{\log 2} - 1$

FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Una función f definida por

$$f(x) = \log_a x, \text{ con } a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1 \text{ y } x > 0$$

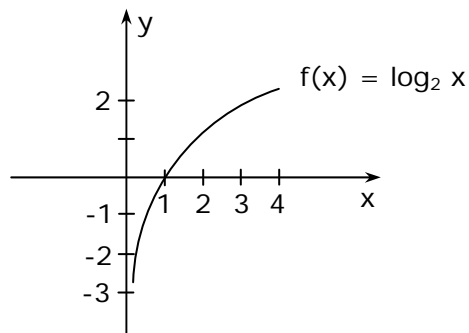
se denomina

función logarítmica.

GRÁFICAS DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA

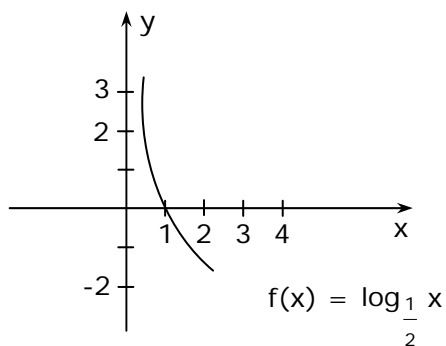
i) $f(x) = \log_2 x$

| | | | | | | | |
|------|---------------|---------------|---------------|---|---|---|---|
| x | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 | 8 |
| f(x) | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |



ii) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

| | | | | | | | |
|------|---------------|---------------|---------------|---|----|----|----|
| x | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 | 8 |
| f(x) | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 |



En los gráficos se puede observar que:

- La gráfica interseca al eje x en el punto $(1, 0)$.
- Si $a > 1$, entonces $f(x) = \log_a x$ es creciente.
- Si $0 < a < 1$, entonces $f(x) = \log_a x$ es decreciente.
- La curva no interseca al eje y .

EJEMPLO

1. La gráfica de $f(x) = \log x - 1$ pasa por el punto

- A) $(1, 0)$
- B) $(1, 1)$
- C) $(1, -1)$
- D) $(2, 0)$
- E) $(0, 0)$

2. El punto $(2, 0)$ pertenece a la función

- A) $f(x) = \log x$
- B) $f(x) = \log x + 1$
- C) $f(x) = \log x - 1$
- D) $f(x) = \log (x + 1)$
- E) $f(x) = \log (x - 1)$

3. Si $f(x) = \log_x (30 - x)$, entonces $f(3)$ es 3 elevado a

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 9
- E) 27

4. Respecto a la función $f(x) = \log_2 (x + 1)$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $x = -1$, $f(x) = 1$
- II) Si $x = 0$, $f(x) = 0$
- III) Si $f(x) = 2$, $x = 3$

- A) Sólo II
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

EJERCICIOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) a $\log 8$?

- I) $\log 4 + \log 2$
- II) $3 \log 2$
- III) $2 \log 4 - \log 2$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

2. $\log_2 (-2) =$

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) 2
- E) no está definido en los números reales

3. En la expresión $\log_3 x = 1$, el valor de x es

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $-\frac{1}{3}$
- C) -1
- D) 3
- E) -3

4. Si $\log(x - 1) = 3$, entonces x vale

- A) 4
- B) 29
- C) 31
- D) 999
- E) 1.001

5. ¿Cuál de las siguientes opciones es igual a $\log 24$?

- A) $\log 12 \cdot \log 2$
- B) $\log 20 + \log 4$
- C) $2\log 12$
- D) $\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 4$
- E) $\log 8 + \log 3$

6. Si $\log_x \frac{1}{16} = 2$, el valor de x es

- A) $\frac{1}{32}$
- B) $-\frac{1}{32}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $-\frac{1}{4}$
- E) 16^2

7. En la expresión $\log_9 3 = x$, el valor de x es

- A) 2
- B) -2
- C) $-\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{3}$

8. Si $a = 3(\log_{12} 4 + \log_{12} 3)$, entonces a es

- A) 21
- B) 12
- C) 3
- D) $\log_{12} (7^3)$
- E) $\log_{12} (4^3 + 3^3)$

9. $\log(\sqrt{5})^3 =$

A) $\log(3 \cdot \sqrt{5})$

B) $\frac{3}{2} \log 5$

C) $\log \sqrt[6]{5}$

D) $\log 3^{\sqrt{5}}$

E) $\sqrt{5} \cdot \log 3$

10. $\frac{\log_2 16 - \log_3 \frac{1}{27}}{\log_6 36} =$

A) $\frac{7}{2}$

B) $\frac{7}{6}$

C) $\frac{17}{6}$

D) $\frac{11}{2}$

E) $\frac{1}{2}$

11. $\log_{\frac{1}{4}}(16 \cdot \sqrt[3]{4}) =$

A) $\frac{7}{3}$

B) $-\frac{7}{3}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $-\frac{1}{3}$

E) $\frac{2}{3}$

12. $\log m - \log n + \log p =$

- A) $\log m - \log(n + p)$
- B) $\log(m - n) + \log p$
- C) $\log\left(\frac{m}{n}\right) + p$
- D) $\log(m \cdot p) - n$
- E) $\log\left(\frac{mp}{n}\right)$

13. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) verdadera(s)?

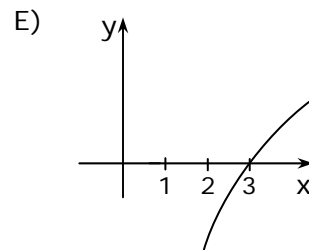
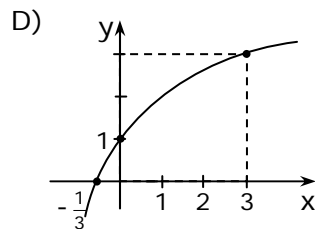
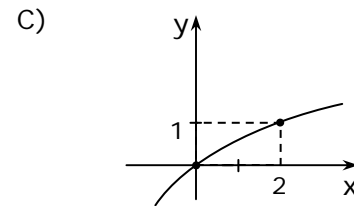
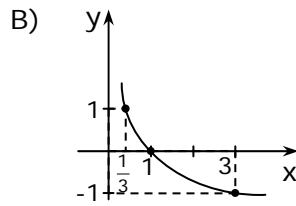
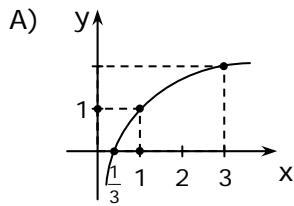
- I) $\log 1 \cdot \log 5 = \log 5$
- II) $\log \frac{1}{10} < 0$
- III) $\log 6 \cdot \log 10 = \log 6$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

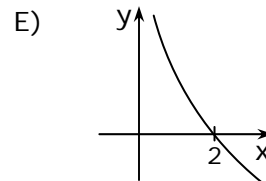
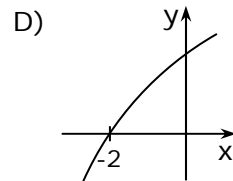
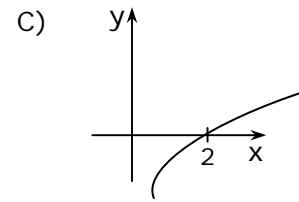
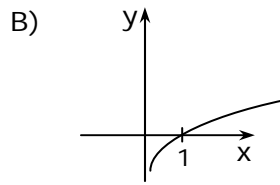
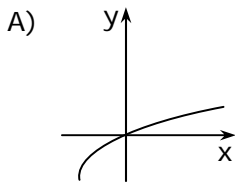
14. Si $\log_x 49 = 2$, entonces x es

- A) -7
- B) 7
- C) -7 y 7
- D) 49^2
- E) 2^{49}

15. ¿Cuál de las siguientes figuras representa al gráfico de la función $f(x) = \log_3 x + 1$?

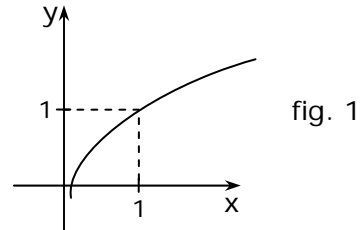


16. Dada la función $f(x) = \log_2(x - 1)$, su representación gráfica es



17. El gráfico de la figura 1 representa la función

- A) $y = \log x$
- B) $y = \log x + 1$
- C) $y = \log x + 2$
- D) $y = \log(x + 1)$
- E) $y = \log(x + 2)$



18. Si $f(x) = \log_{(x-4)}(16 - x)$, entonces $f(7) =$

- A) 2
- B) 3
- C) 3^9
- D) 9^3
- E) 27

19. Respecto a la función $f(x) = \log_5(2x + 1)$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(12) = 2$
- II) Intersecta al eje x en (1,0).
- III) f es creciente.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

20. Si $y = 5x$ con $x > 0$, entonces $\log_5 x - \log_5 y =$

- A) -1
- B) 1
- C) 0
- D) 5
- E) $\frac{1}{5}$

21. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

- I) $\log(ab) = \log a \cdot \log b$
- II) $\log(a + b) = \log a + \log b$
- III) $\frac{\log a}{\log b} = \log a - \log b$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Ninguna de ellas

22. Si $4 \log a = 1$, entonces $\log \sqrt{a} =$

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 2

23. Si $\log 700 = 2,84$, entonces $\log 70$ es

- A) 28,4
- B) 3,84
- C) 1,84
- D) 0,284
- E) 284

24. Si $\log_5 3 = \frac{7}{10}$, entonces $\log_5 75$ es igual a

- A) $\frac{27}{10}$
- B) $\frac{57}{10}$
- C) $\frac{35}{2}$
- D) $\frac{7}{2}$
- E) $\frac{7}{5}$

25. Si $\log a + \log b = c - \log b$, entonces $a =$

- A) $\frac{10^c}{2b}$
- B) $2 \cdot b \cdot 10^c$
- C) $\frac{10^c}{b^2}$
- D) $b^2 \cdot 10^c$
- E) $\frac{2 \cdot 10^c}{b}$

26. Se puede determinar el valor numérico de la expresión real $\frac{\log a^b \cdot \log c^d}{b \cdot d}$ si :

- (1) $a = 1$
- (2) $b = 100$ y $d = 1.000$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

27. Se puede determinar el valor numérico de la expresión real $\log a - \log b$ si se sabe que :

- (1) $a - b = 10$
- (2) $a = 10b$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

28. El gráfico de la función real $f(x) = \log_b x$ es decreciente si :

(1) $b > 0$

(2) $b < 1$

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

29. $\frac{\log a}{\log b} = \frac{3}{2} \log c$ si :

(1) $a = 1.000$; $b = 100$ y $c = 10$

(2) $a = 10b$ y $b = 10c$

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

30. Se puede determinar el valor de $\log 20$ si :

(1) $\log 3 = 0,4\dots$

(2) $\log 2 = 0,3\dots$

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

DMNMA27

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://pedrovaldivia.cl/>