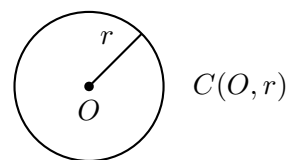


GUÍA PRACTICA: N° 1

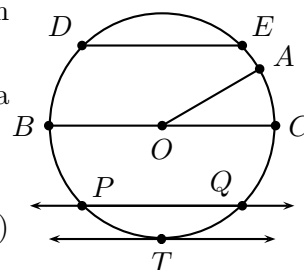
ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

1. Definamos...

- Circunferencia: dado un punto O y una distancia r , se llama circunferencia de centro O y radio r al conjunto de todos los puntos del plano que están a la distancia r del punto O .

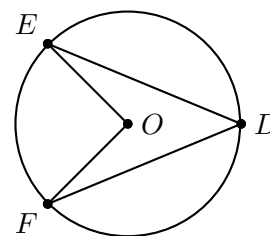


- Radio: trazo cuyos extremos son el centro de la circunferencia y un punto de ésta (\overline{OA}).
- Cuerda: trazo cuyos extremos son dos puntos de una circunferencia (\overline{DE}).
- Diámetro: cuerda que contiene al centro de la circunferencia (\overline{BC}).
- Secante: recta que intersecta en dos puntos a la circunferencia (\overline{PQ}).
- Tangente: recta que intersecta a la circunferencia en un solo punto (\overline{TM}). T punto de tangencia.

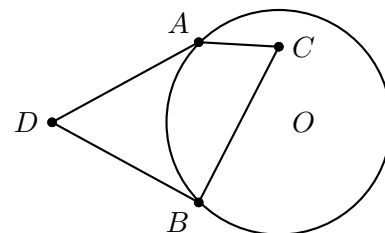


- Arco: es una parte de la circunferencia determinada por dos puntos distintos de ella (\overline{CE}).

- Ángulo del Centro: Es todo ángulo interior cuyo vértice es el centro de la circunferencia y sus lados son radios de la misma ($\sphericalangle FOE$).
- Ángulo Inscrito: Es todo ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia y parte de sus rayos son cuerdas de ésta ($\sphericalangle FDE$).



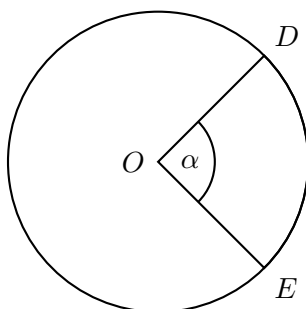
- Ángulo Externo: Es todo ángulo formado por secantes fuera de la circunferencia ($\sphericalangle ADB$).
- Ángulo Interno: Es todo ángulo formado por cuerdas al interior de la circunferencia ($\sphericalangle ACB$).



2. Propiedades

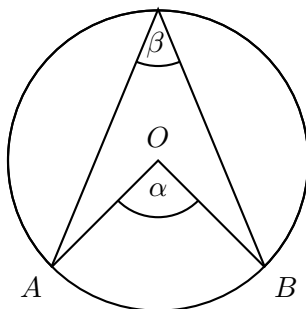
Con respecto a los ángulos que se forman al interior de una circunferencia, se cumple que

1. En toda circunferencia la medida angular de un arco es igual a la medida del ángulo del centro que subtiende dicho arco.



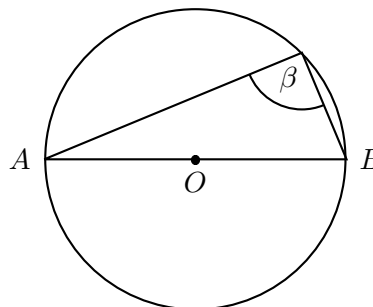
$$\widehat{DE} = \sphericalangle DOE = \alpha$$

2. Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene como medida la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco.

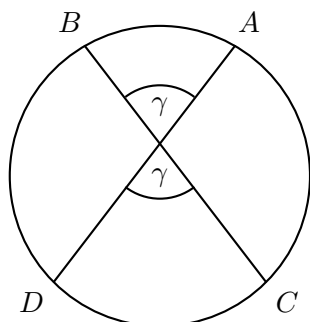


$$\frac{\alpha}{2} = \beta$$

Ojo 1 Si β es un ángulo inscrito que subtiende el \widehat{AB} y \overline{AB} es diámetro, entonces $\beta = 90$.

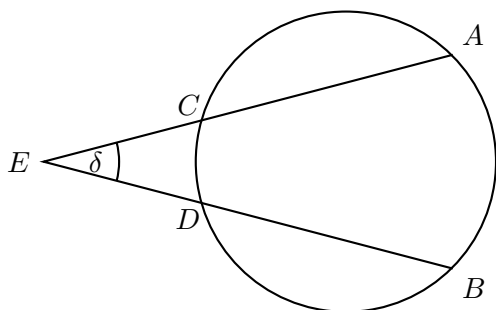


3. Todo ángulo interno a una circunferencia tiene como medida la semisuma entre los arcos comprendidos por las cuerdas que lo forman.



$$\frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \sphericalangle CED = \gamma$$

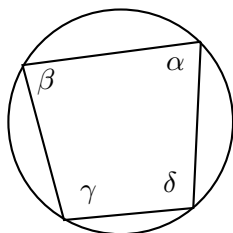
4. Todo ángulo externo a una circunferencia tiene como medida la semidiferencia entre los arcos comprendidos por las secantes que lo forman.



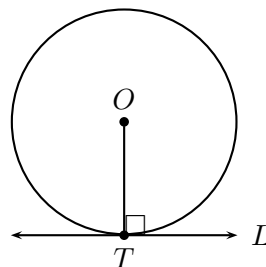
$$\frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = \sphericalangle CED = \delta$$

Ojo 2 En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, los ángulos opuestos son suplementarios.

Ojo 3 La recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio en el punto de tangencia.



$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$



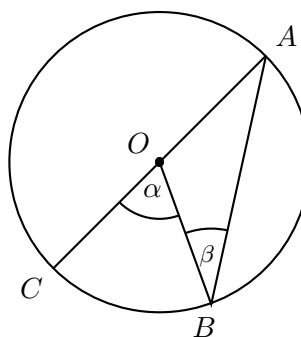
$$\overline{OT} \perp L$$

3. Ejercicios

Sin calculadora. Marcar sólo 1 alternativa.

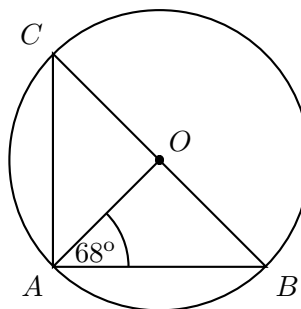
- ¿Cuál de las siguientes opciones es **falsa**?
 - El diámetro de una circunferencia es el doble de su radio.
 - La mayor cuerda de una circunferencia es el diámetro.
 - En circunferencias congruentes los radios son congruentes.
 - Al cortarse dos cuerdas en el centro de la circunferencia forman ángulos del centro.
 - Por tres puntos cualesquiera siempre pasa una circunferencia.
- En la circunferencia de centro O , \overline{AC} es diámetro. Si $\beta = 20^\circ$, entonces el valor de α es

- 10°
- 20°
- 40°
- 80°
- 140



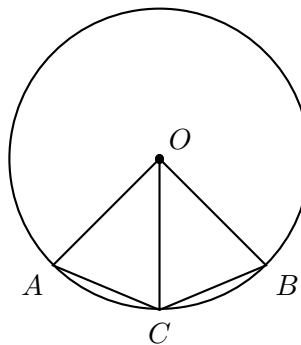
- En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{BC} de la figura, ¿cuánto mide el $\sphericalangle BCA$?

- 22°
- 34°
- 36°
- 44°
- 68°



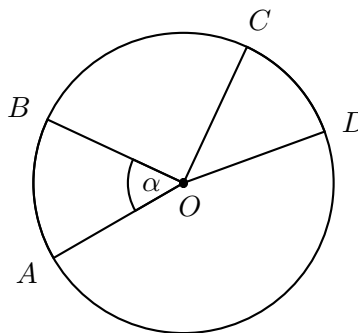
4. En la circunferencia de centro O de la figura, $\angle BOA = 70^\circ$ y $\angle COB = 40^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo ABC ?

- a) 10°
- b) 20°
- c) 15°
- d) 30°
- e) 25°



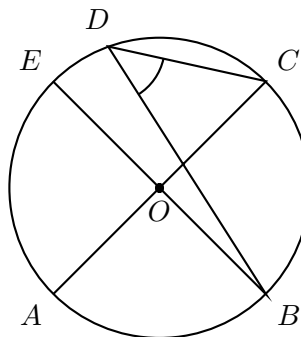
5. En la circunferencia de centro O , se cumple que $\widehat{BA} \cong \widehat{DC}$ y $\widehat{AD} + \widehat{CB} = 3 \widehat{BA}$. Entonces la medida del $\angle \alpha$ es

- a) 45°
- b) 60°
- c) 72°
- d) 84°
- e) 90°



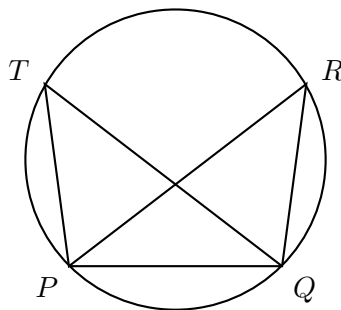
6. \overline{AC} y \overline{BE} son diámetros de la circunferencia de centro O (fig. 2). Si $\angle BOA = 2\angle COB$, entonces el $\angle CDB$ mide

- a) 30°
- b) 35°
- c) 45°
- d) 60°
- e) 120°



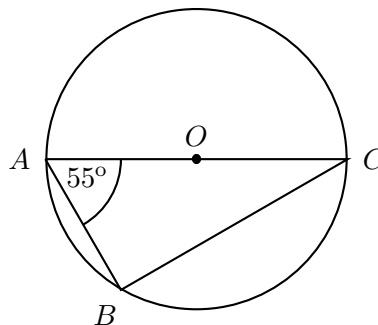
7. En la figura, $\angle TPQ = 140^\circ$ y $\angle QRP = 15^\circ$. ¿Cuánto mide el $\angle PQT$?

- a) 15°
- b) 20°
- c) 25°
- d) 30°
- e) 35°



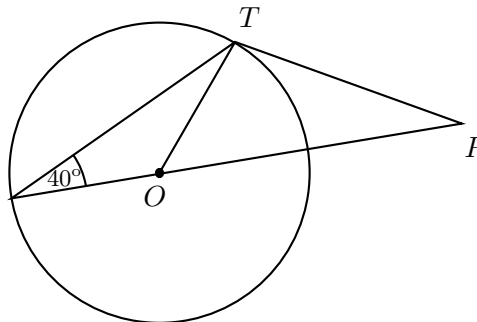
8. \overline{AC} es diámetro de la circunferencia de centro O . ¿Cuánto mide el ángulo BCA ?

- a) 15°
- b) 25°
- c) 35°
- d) 55°
- e) 70°



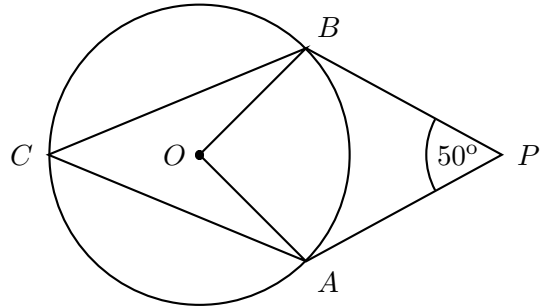
9. En la figura, \overline{PT} es tangente a la circunferencia de centro O , en T . ¿Cuánto mide el $\angle OPT$?

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 50°



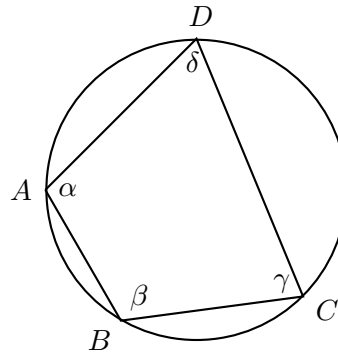
10. En la circunferencia de centro O de la figura, \overline{PA} y \overline{PB} son tangentes en A y B , respectivamente. ¿Cuánto mide el ángulo BCA ?

- a) 25°
- b) 50°
- c) 65°
- d) 100°
- e) 130°



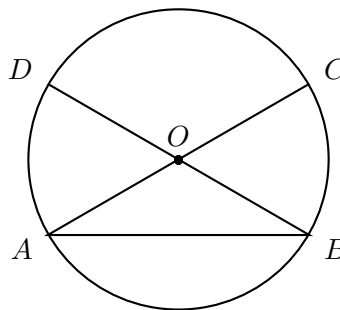
11. En la figura, el cuadrilátero $ABCD$ está inscrito en la circunferencia. Si $\beta = 145^\circ$ y $\alpha = \beta - \delta$, entonces $\gamma =$

- a) 35°
- b) 45°
- c) 55°
- d) 60°
- e) 70°



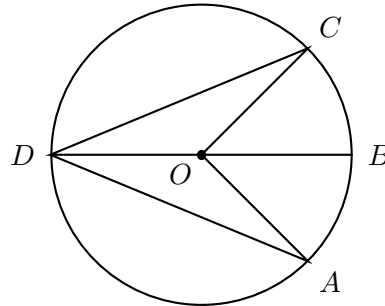
12. \overline{AC} y \overline{BD} son diámetros de la circunferencia de centro O . Si el ángulo DOC mide 80° , ¿cuánto mide el ángulo ABO ?

- a) 20°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 45°
- e) 50°



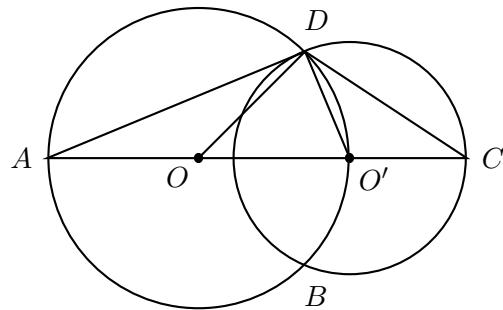
13. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{DB} de la figura, ¿cuánto mide el ángulo COA si $\sphericalangle DCO = 30^\circ$ y $\sphericalangle DAO = 40^\circ$?

- a) 70°
- b) 100°
- c) 125°
- d) 140°
- e) 160°



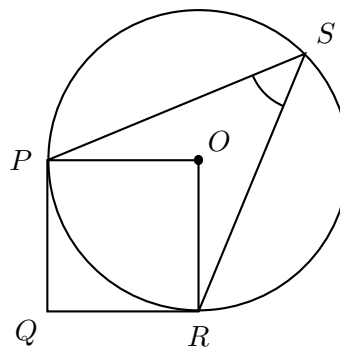
14. O y O' son los centros de las circunferencias de la figura. Si $\sphericalangle DAC = 40^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo ACD ?

- a) 10°
- b) 20°
- c) 25°
- d) 40°
- e) 50°



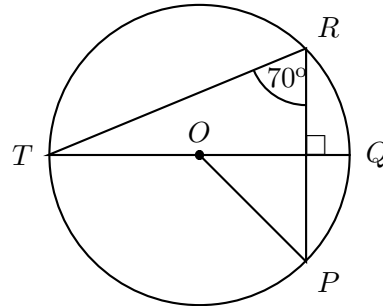
15. O es centro de la circunferencia de la figura, y $QROP$ es cuadrado. ¿Cuánto mide el ángulo RSP ?

- a) $22,5^\circ$
- b) 30°
- c) 45°
- d) 60°
- e) 50°



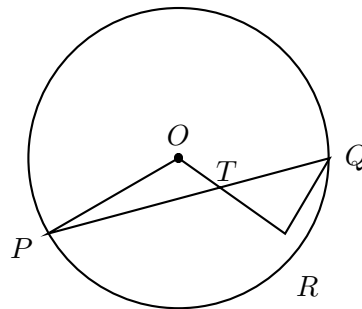
16. En la circunferencia de centro O de la figura, ¿cuánto mide el ángulo OPR ?

- a) 35°
- b) 40°
- c) 45°
- d) 50°
- e) 70°



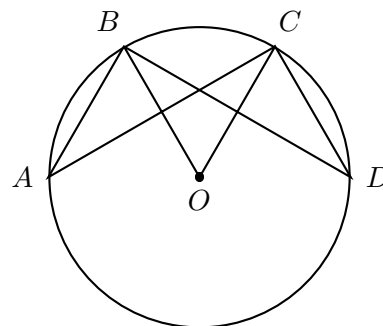
17. En la figura, O es el centro de la circunferencia. Si $\angle ORQ = 36^\circ$ y $\angle ROP = 54^\circ$, ¿cuánto mide el $\angle RTP$?

- a) 63°
- b) 72°
- c) 108°
- d) 117°
- e) 144°



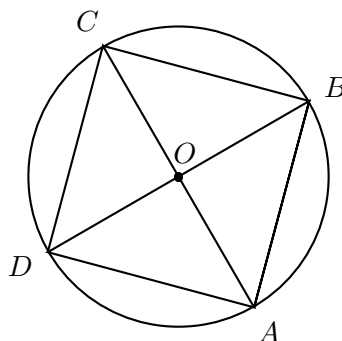
18. En la circunferencia de centro O de la figura, $\angle BAC + \angle BDC = 80^\circ$. Entonces, el $\angle BOC$ mide

- a) falta información.
- b) 80°
- c) 60°
- d) 40°
- e) 20°



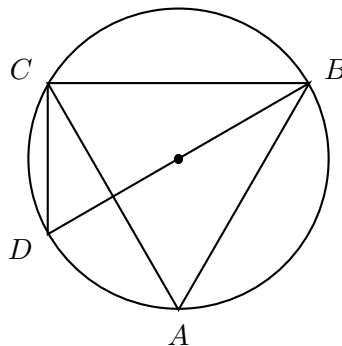
19. En la figura, $\angle BCA = 40^\circ$ y $\angle CDB = 30^\circ$. ¿Cuánto mide el $\angle ABC$?

- a) 60°
- b) 90°
- c) 100°
- d) 120°
- e) 110°



20. En la figura, \overline{BD} es diámetro y $\angle CBD = 16^\circ$. ¿Cuánto mide el $\angle CAB$?

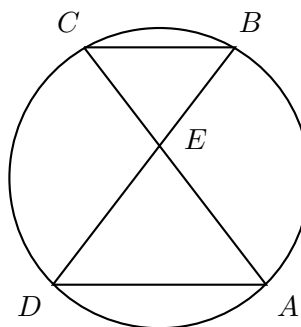
- a) 74°
- b) 64°
- c) 45°
- d) 32°
- e) 16°



21. En la figura, $\overline{CB} \parallel \overline{DA}$. Si $\widehat{CD} = 80^\circ$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

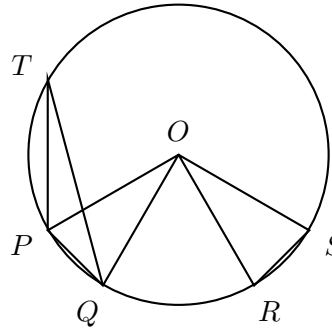
- I) $\angle BCA = 40^\circ$
- II) $\angle BEA = 80^\circ$
- III) $\widehat{DA} = 100^\circ$

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo I y II
- d) Sólo II y III
- e) I, II y III



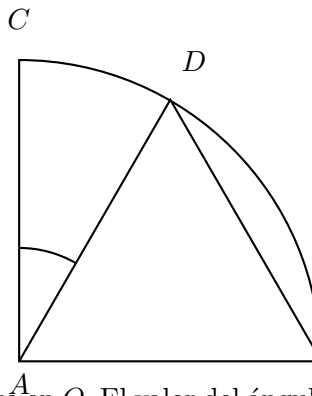
22. O es centro de la circunferencia de la figura, $\sphericalangle QOP = \sphericalangle ROQ = \sphericalangle SOR$ y $\sphericalangle RSO = 72^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo PTQ ?

- a) 54°
- b) 36°
- c) 35°
- d) 27°
- e) 18°



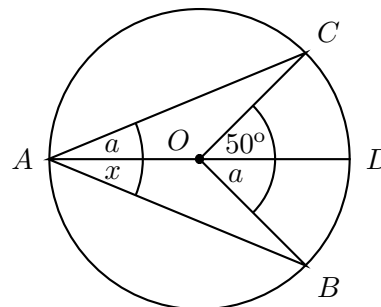
23. \widehat{BC} es un cuarto de circunferencia con centro en A . Si $\overline{BD} = \overline{AB}$, entonces el $\sphericalangle CAD$ mide

- a) 15°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 60°
- e) 75°



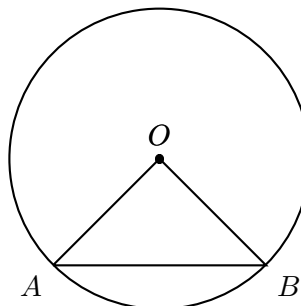
24. En la figura, la circunferencia tiene centro en O . El valor del ángulo x es

- a) $12,25^\circ$
- b) $12,5^\circ$
- c) 25°
- d) $37,50^\circ$
- e) 50°



25. En la circunferencia de centro O , $\sphericalangle ABO = 2\sphericalangle BOA$. ¿Cuánto mide el ángulo OAB ?

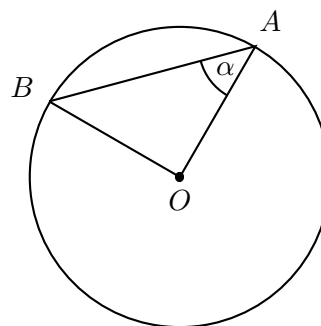
- a) 36°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 72°
- e) 90°



26. En la circunferencia de centro O de la figura, se puede conocer el valor de α si:

- (1) $\sphericalangle BOA = 2\alpha$
- (2) $\sphericalangle ABO = \alpha$

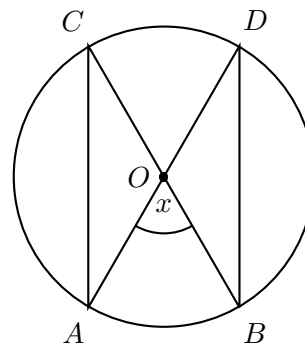
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



27. En la circunferencia de centro O de la figura, \overline{AD} y \overline{BC} son diámetros. Se puede conocer el valor de x si:

- (1) $\widehat{CA} = 110^\circ$
- (2) $\sphericalangle BCA + \sphericalangle BDA = 70^\circ$

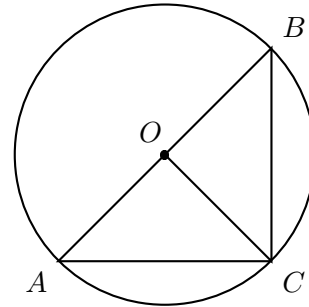
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



28. \overline{AB} es diámetro de la circunferencia de centro O . La medida del $\sphericalangle CBA$ se puede determinar si:

- (1) $\overline{AB} = 2\overline{AC}$
- (2) $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle COA$

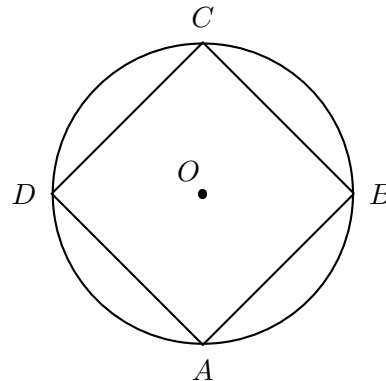
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



29. En la figura, el cuadrilátero $ABCD$ está inscrito en la circunferencia. Se puede saber la medida del $\sphericalangle CDA$ si:

- (1) $\sphericalangle BCD = 180^\circ$
- (2) $\sphericalangle DAB = 100^\circ$

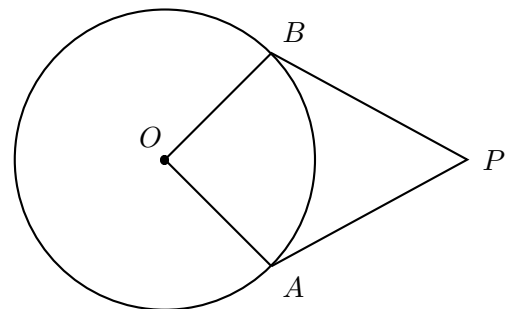
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



30. En la circunferencia de centro O de la figura, A y B son puntos de tangencia. Se puede determinar la medida del $\sphericalangle BOA$ si:

- (1) $\sphericalangle PBO = \sphericalangle OAP$
- (2) $\sphericalangle BOA = 3\sphericalangle APB$

- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



1 E	2 C	3 A	4 B	5 C
6 A	7 C	8 C	9 A	10 C
11 E	12 E	13 D	14 C	15 C
16 D	17 A	18 B	19 E	20 A
21 C	22 E	23 B	24 B	25 D
26 A	27 D	28 D	29 E	30 B