

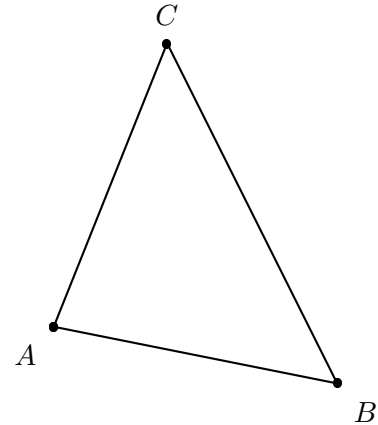
GUÍA PRÁCTICA N° 6  
Plan Biólogo II 2011

TRIÁNGULOS

1. Definamos...

Un triángulo es una figura plana, cerrada, limitada por 3 trazos llamados **lados** y que se intersectan sólo en sus puntos extremos llamados **vértices** (no se cruzan).

**Ejemplo 1** En el  $\triangle ABC$  figura,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{CA}$  son los lados del triángulo, mientras que  $A$ ,  $B$  y  $C$  son sus vértices.



2. Ángulos en el triángulo

En un triángulo **siempre** se cumple que:

- La suma de sus ángulos internos es igual a  $180^\circ$ , es decir,

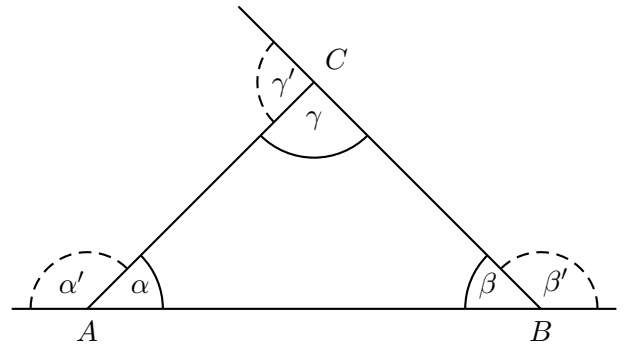
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

- La suma de sus ángulos externos es igual a  $360^\circ$ , es decir,

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

- Cada ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él, es decir,

$$\alpha' = \beta + \gamma \quad \beta' = \alpha + \gamma \quad \gamma' = \alpha + \beta$$



### 3. Clasificación de triángulos

Se pueden clasificar según sus ángulos en

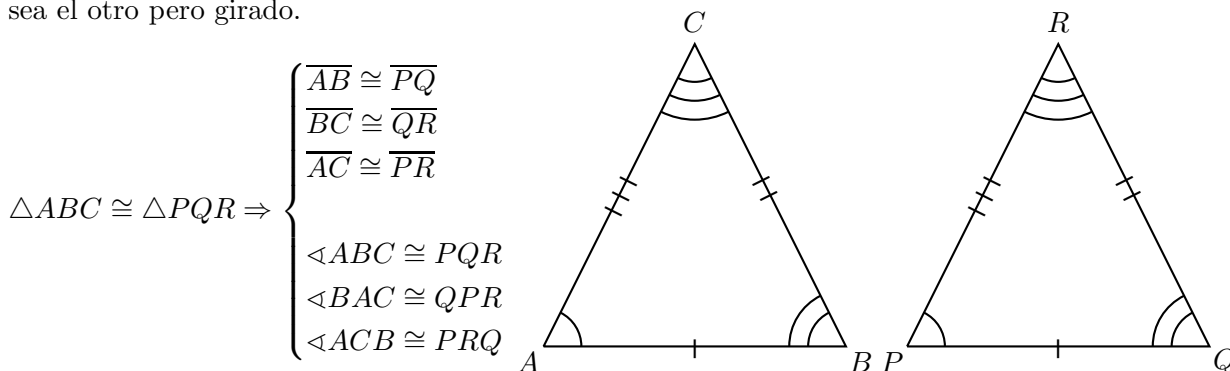
1. Acutángulo: Tiene sus tres ángulos agudos.
2. Rectángulo: Tiene un ángulo recto.
3. Obtusángulo: Tiene un ángulo obtuso.

Y también según sus lados en

1. Escaleno: Tiene sus tres lados de distinta medida.
2. Isósceles: Tiene sólo dos lados de igual medida.
3. Equilátero: Tiene sus tres lados de igual medida.

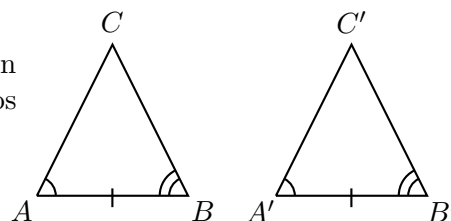
### 4. Congruencia de triángulos

Dos triángulos son congruentes si y sólo si sus ángulos y lados tienen la misma medida de forma correspondiente, es decir, que uno de los triángulos sea el otro pero girado.

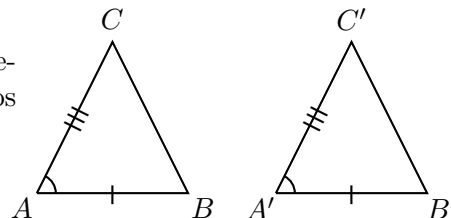


Para determinar si dos triángulos son congruentes utilizaremos los siguientes postulados

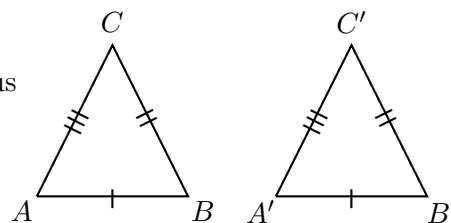
1. ALA: Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a ese lado.



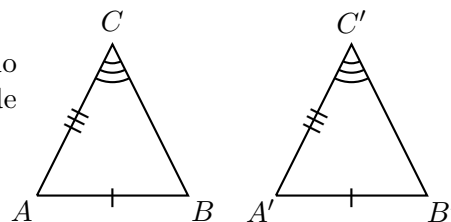
2. LAL: Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente iguales.



3. LLL: Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales.



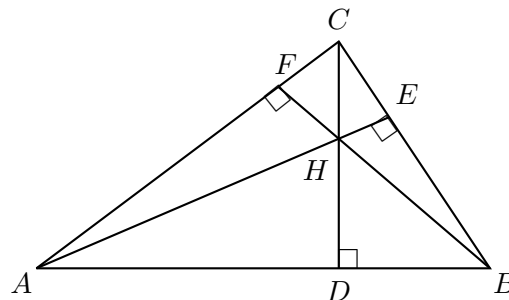
4. LLA<sub>></sub>: Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de esos lados respectivamente iguales.



## 5. Elementos secundarios

- **Altura:** es el segmento perpendicular que va desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación.

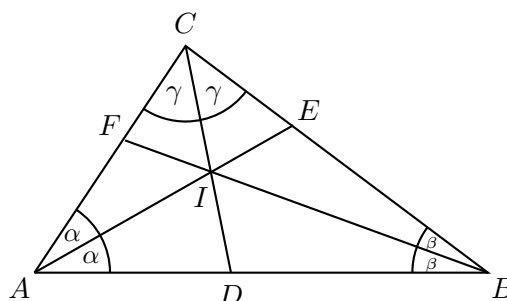
**Ojo 1** En la figura,  $H$  es el **ortocentro** (punto de intersección de las alturas).



- Bisectriz: es el trazo que divide al ángulo en dos ángulos congruentes.

**Ojo 2** En la figura,  $I =$  **incentro** (punto de intersección de las bisectrices).

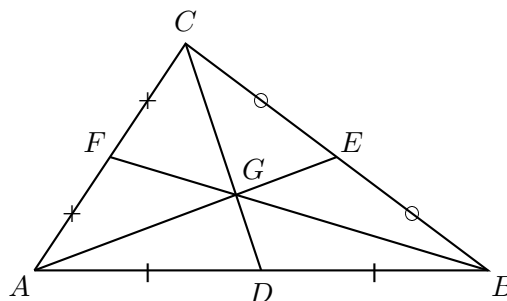
**Ojo 3** El **incentro**, es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo, es decir, que es tangente interiormente a sus lados. Por lo tanto, el incentro equidista de todos los lados.



- Transversal de gravedad: Es el trazo que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

**Ojo 4** En la figura,  $G =$  **centro de gravedad** (punto de intersección de las transversales de gravedad).

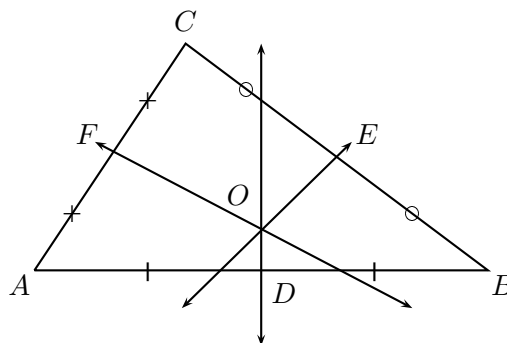
**Ojo 5** Si el  $\triangle ABC$  es rectángulo en  $C$ , entonces  $\overline{CD} = \overline{AD} = \overline{DB}$ .



- Simetral: Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.

**Ojo 6** En la figura,  $O =$  **circuncentro** (punto de intersección de las simetrales).

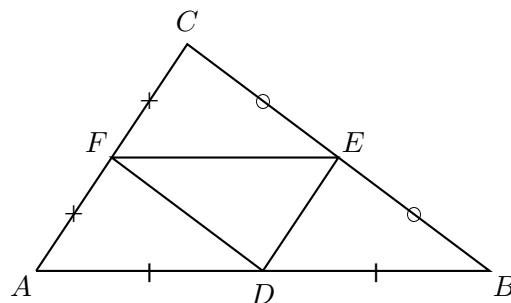
**Ojo 7** El **circuncentro**, es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo, es decir, que pasa por todos los vértices. Por lo tanto, el circuncentro equidista de todos los vértices.



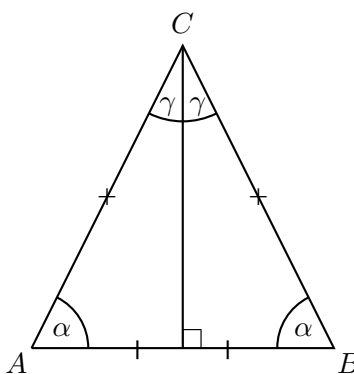
- Mediana: Es el segmento de recta que une los puntos medios de los lados del triángulo.

**Ojo 8**  $\triangle ADF \cong \triangle DBE \cong \triangle FEC \cong \triangle EFD$

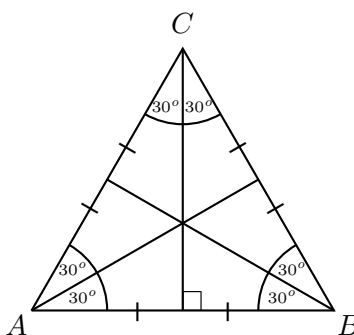
**Ojo 9**  $\overline{FE} \parallel \overline{AB}$ ,  $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$  y  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ .



**Ojo 10** En todo **triángulo isósceles** coinciden los elementos secundarios correspondientes al lado distinto.



**Ojo 11** En todo **triángulo equilátero** coinciden los elementos secundarios correspondientes a cualquier lado. Además, coinciden el ortocentro, incentro, etc.

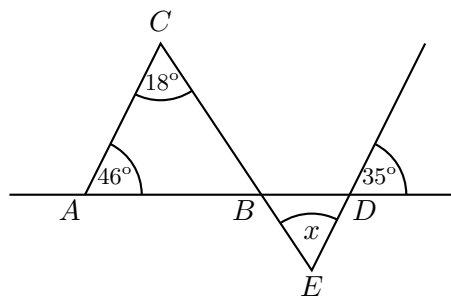


## 6. Ejercicios

Sin calculadora. Marcar sólo 1 alternativa.

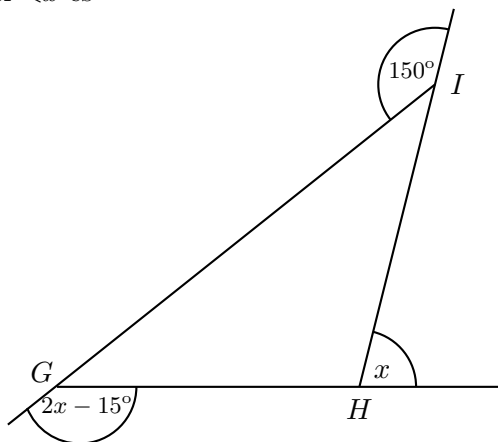
1. En el triángulo  $BED$  de la figura, el valor del ángulo  $x$  es

- a)  $19^\circ$
- b)  $23^\circ$
- c)  $29^\circ$
- d)  $58^\circ$
- e)  $116^\circ$



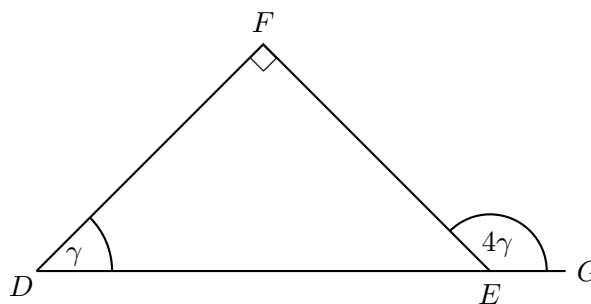
2. En el  $\triangle GHI$  de la figura, la medida del  $\sphericalangle x$  es

- a)  $45^\circ$
- b)  $75^\circ$
- c)  $135^\circ$
- d)  $150^\circ$
- e)  $210^\circ$



3. El valor de  $\gamma$  en el  $\triangle DEF$  de la figura, con  $G \in \overrightarrow{DE}$ , es

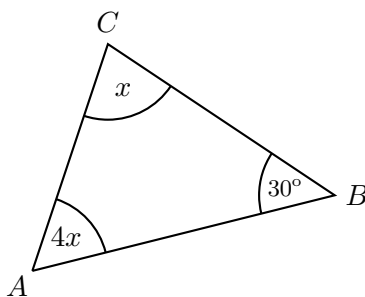
- a)  $30^\circ$
- b)  $40^\circ$
- c)  $50^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $70^\circ$



---

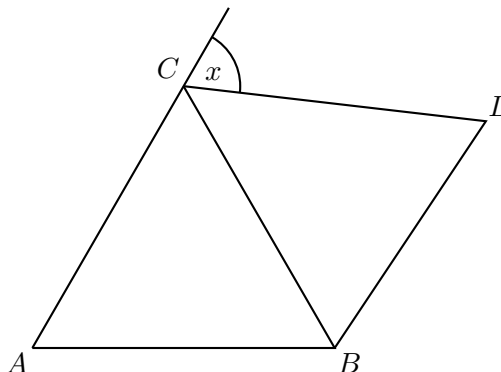
4. La clasificación del triángulo  $ABC$  de la figura, es

- a) escaleno y acutángulo.
- b) escaleno y rectángulo.
- c) isósceles y acutángulo.
- d) isósceles y obtusángulo.
- e) isósceles y rectángulo.



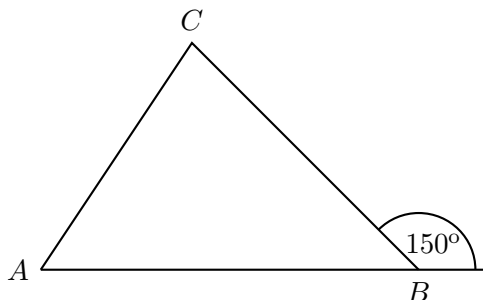
5. En la figura,  $\triangle ABC$  equilátero y  $\triangle BDC$  rectángulo en  $D$  e isósceles, ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle x$ ?

- a)  $45^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $75^\circ$
- d)  $105^\circ$
- e)  $135^\circ$



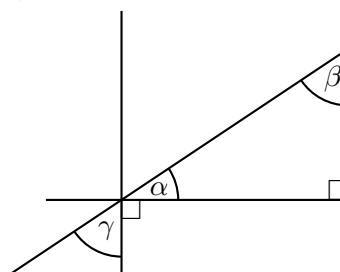
6. En el  $\triangle ABC$  de la figura,  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . ¿Cual es la medida del  $\sphericalangle ACB$ ?

- a)  $110^\circ$
- b)  $115^\circ$
- c)  $120^\circ$
- d)  $140^\circ$
- e)  $150^\circ$



7. Si  $\alpha$  es la mitad de  $\beta$  en la figura, entonces  $\gamma =$

- a)  $30^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $75^\circ$
- e)  $85^\circ$



8. Si en un  $\triangle ABC$  se cumple que  $\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$  y  $\sphericalangle CAB = 2\sphericalangle ABC$  ¿cuánto mide  $\sphericalangle ABC$ ?

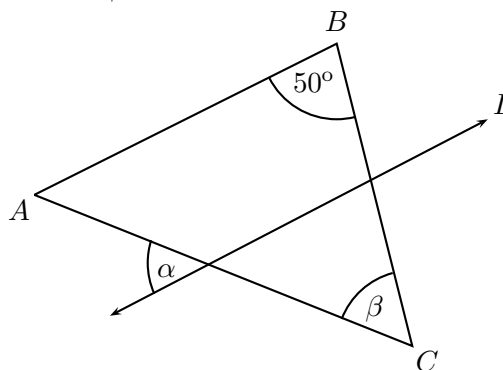
- a)  $30^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e)  $120^\circ$

9. Si el  $\triangle ABC$  es rectángulo en  $A$  y  $\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC = 120^\circ$ , entonces  $\sphericalangle CAB + \sphericalangle BCA =$

- a)  $90^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $140^\circ$
- d)  $150^\circ$
- e)  $160^\circ$

10. En la figura,  $\overline{AB} // L$ . ¿Cuál es el valor de  $\alpha + \beta$ ?

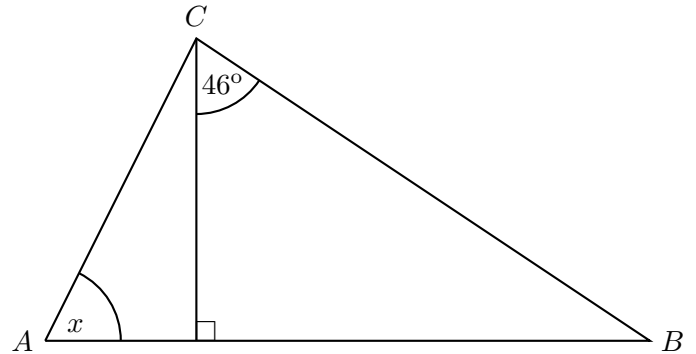
- a)  $105^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $130^\circ$
- d)  $150^\circ$
- e)  $175^\circ$





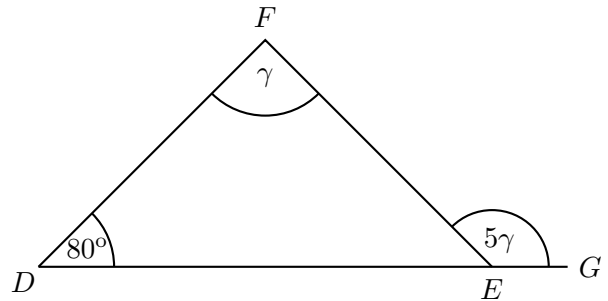
11. Si el triángulo  $ABC$  de la figura, es rectángulo en  $C$ , entonces el complemento del  $\sphericalangle x$  mide

- a)  $22^\circ$
- b)  $34^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $44^\circ$
- e)  $46^\circ$



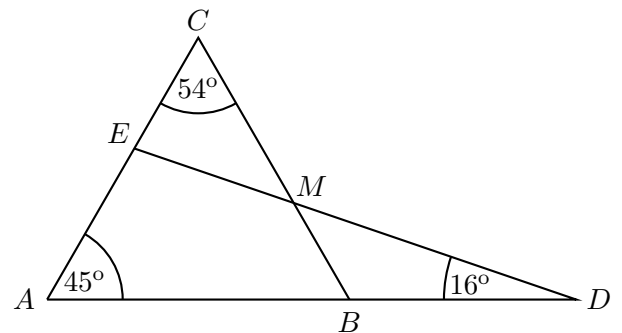
12. El valor de  $\gamma$  en el  $\triangle DEF$  de la figura, con  $G \in \overrightarrow{DE}$ , es

- a)  $20^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $100^\circ$
- e)  $120^\circ$



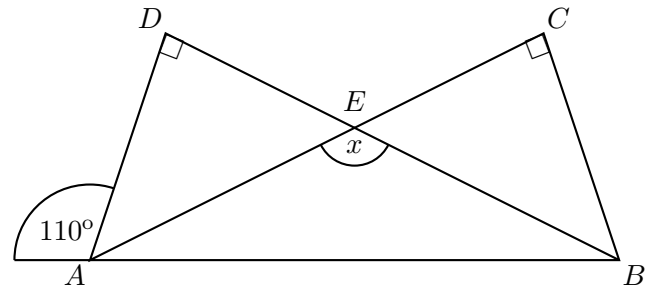
13. En el triángulo  $ABC$  de la figura, se traza la transversal  $\overline{DE}$ . ¿Cuánto mide el  $\sphericalangle CMD$ ?

- a)  $63^\circ$
- b)  $70^\circ$
- c)  $103^\circ$
- d)  $117^\circ$
- e) Ninguna de las anteriores.



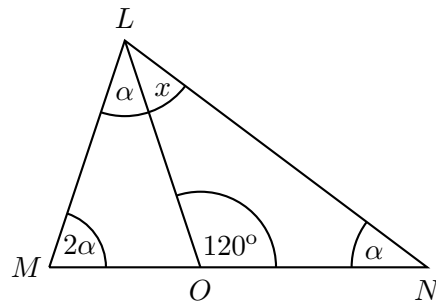
14. En la figura,  $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC$ . Entonces, el  $\sphericalangle x$  mide

- a)  $80^\circ$
- b)  $100^\circ$
- c)  $110^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $140^\circ$



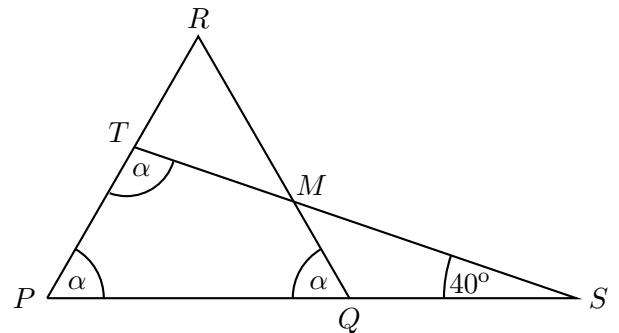
15. ¿Cuánto mide el  $\sphericalangle x$  en el  $\triangle MNL$  de la figura?

- a)  $60^\circ$
- b)  $40^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $20^\circ$
- e)  $10^\circ$



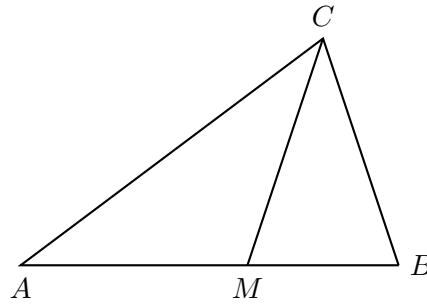
16. De acuerdo a la información suministrada en la figura, ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle SMR$ ?

- a)  $110^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $150^\circ$
- d)  $160^\circ$
- e)  $170^\circ$



17. En el  $\triangle ABC$  de la figura, si  $M$  es punto medio de  $\overline{AB}$  y  $\sphericalangle BCM = \sphericalangle MBC = 30^\circ$ , entonces el  $\sphericalangle BCA$  mide

- a)  $120^\circ$
- b)  $100^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $80^\circ$
- e)  $60^\circ$

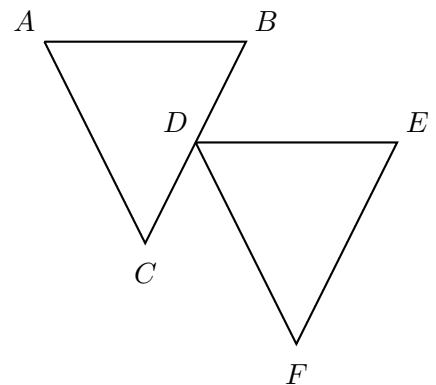


18. Si  $\triangle PQR$  y  $\triangle TNM$  son dos triángulos escalenos tales que  $\triangle PQR \cong \triangle TNM$ , entonces, ¿cuál de las siguientes proposiciones es **falsa**?

- a)  $\overline{PQ} \cong \overline{TN}$
- b)  $\overline{PR} \cong \overline{TM}$
- c)  $\overline{QR} \cong \overline{NM}$
- d)  $\sphericalangle QRP \cong \sphericalangle NMT$
- e)  $\sphericalangle PQR \cong \sphericalangle TMN$

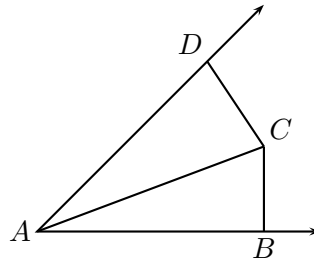
19. En la figura,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , con  $D$  perteneciente a  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$ ,  $\sphericalangle BDE = 80^\circ$  y  $\sphericalangle ACB = 40^\circ$ , ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle DEF$ ?

- a)  $40^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e) No se puede determinar.



20. En la figura,  $\overline{DC} \perp \overline{AD}$  y  $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ . Si  $\sphericalangle DAC \cong \sphericalangle BAC$ , entonces el triángulo  $CAB$  es congruente con el triángulo  $DCA$  en su orden

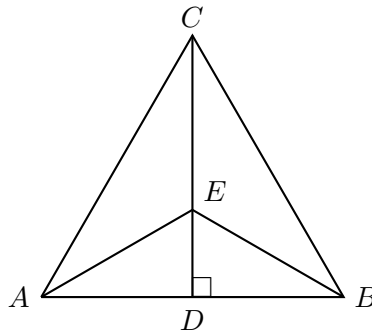
- a)  $ACD$
- b)  $ADC$
- c)  $CAD$
- d)  $DCA$
- e)  $CDA$



21. El triángulo  $ABC$  de la figura, es isósceles de base  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$  y  $\overline{AD} = \overline{DB}$ . Entonces, ¿cuál(es) de los siguientes pares de triángulos es (son) congruentes?

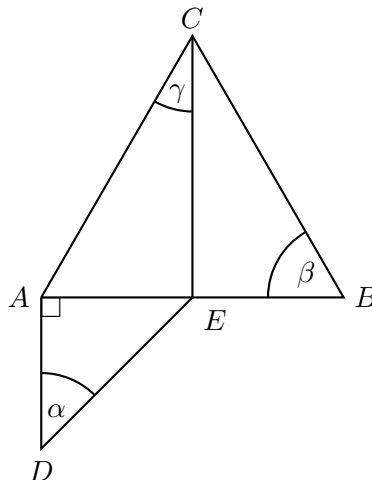
- I)  $\triangle ADE$  con  $\triangle BDE$
- II)  $\triangle AEC$  con  $\triangle BEC$
- III)  $\triangle ADC$  con  $\triangle BDC$

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo III
- d) Sólo I y II
- e) I, II y III



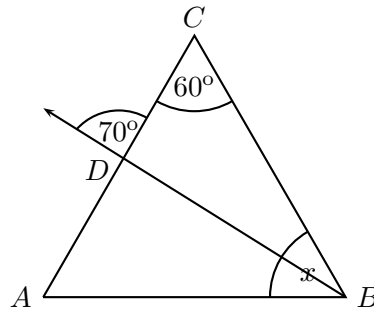
22. En la figura, el  $\triangle ABC$  es equilátero y el  $\triangle DEA$  es rectángulo isósceles. Si  $\overline{CE}$  es altura, entonces  $\alpha + \beta + \gamma =$

- a)  $105^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $135^\circ$
- d)  $150^\circ$
- e)  $165^\circ$



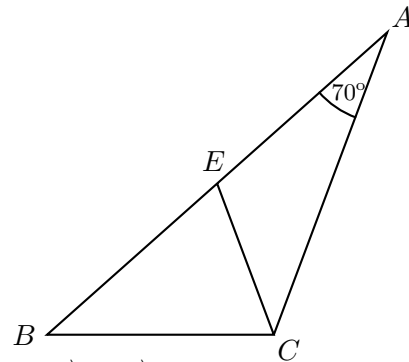
23. En la figura,  $\overrightarrow{BD}$  es bisectriz del  $\sphericalangle B$  ¿Cuál es la medida del  $\sphericalangle x$ ?

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $50^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $110^\circ$



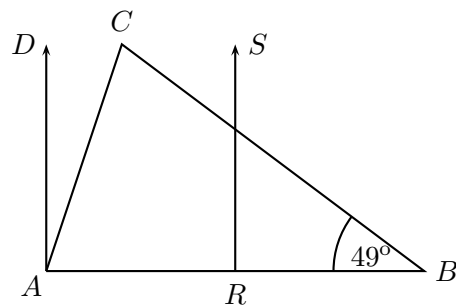
24. En el  $\triangle ABC$  de la figura,  $\overline{CE}$  es transversal de gravedad y  $\overline{CE} = \overline{BE}$ . La medida del  $\sphericalangle BCA$  es

- a)  $40^\circ$
- b)  $70^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e) no se puede calcular.



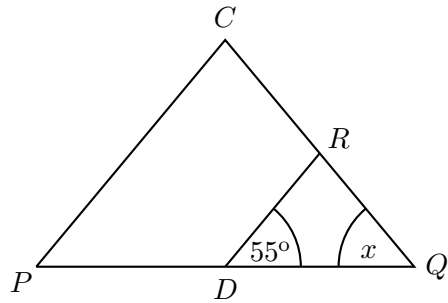
25. En la figura,  $\overrightarrow{RS}$  es simetral de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{RS}$ . ¿Cuál es la medida del  $\sphericalangle ACB$  si  $\sphericalangle CAD = \sphericalangle CBA$ ?

- a)  $139^\circ$
- b)  $90^\circ$
- c)  $51^\circ$
- d)  $49^\circ$
- e)  $41^\circ$



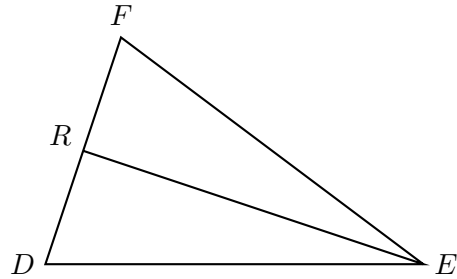
26. En el triángulo  $PQR$  de la figura,  $\angle PRQ = 80^\circ$  y  $\overline{DE}$  es mediana. ¿Cuánto mide el  $\angle x$ ?

- a)  $35^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $50^\circ$
- d)  $55^\circ$
- e)  $60^\circ$



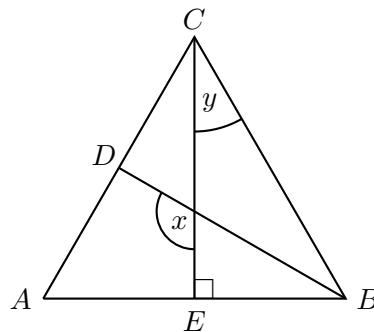
27. El triángulo  $DEF$  de la figura es isósceles de base  $\overline{DF}$ .  $R$  es punto medio de  $\overline{DF}$  y  $\angle DFE = 50^\circ$ . ¿Cuánto mide el  $\angle REF$ ?

- a)  $25^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $40^\circ$
- d)  $50^\circ$
- e)  $80^\circ$



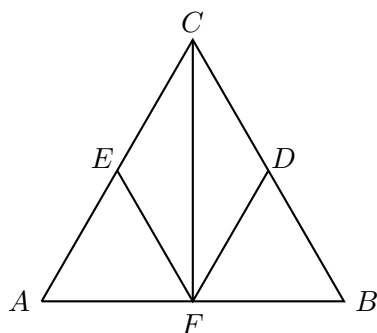
28. En el triángulo equilátero  $ABC$  de la figura,  $E$  es punto medio de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  es bisectriz del  $\angle ABC$ . ¿Cuánto mide el suplemento de  $(\angle x + \angle y)$ ?

- a)  $150^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $30^\circ$



29. En el  $\triangle ABC$  de la figura, ¿cuál de las siguientes afirmaciones permite demostrar que  $\overline{CF}$  es bisectriz del  $\sphericalangle BCA$ ?

- a)  $\overline{CD} \cong \overline{CE}$  y  $\sphericalangle DFC \cong \sphericalangle EFC$
- b)  $\overline{AD} \cong \overline{EB}$  y  $\overline{CD} \cong \overline{CE}$
- c)  $\overline{CD} \cong \overline{CE}$  y  $\overline{DF} \cong \overline{EF}$
- d)  $\overline{DF} \cong \overline{EF}$  y  $\sphericalangle DFA \cong \sphericalangle EFB$
- e)  $\overline{CD} \cong \overline{CE}$  y  $\sphericalangle CDF \cong \sphericalangle CEF$



30. ¿En qué triángulo al trazar cualquier bisectriz se forman dos triángulos congruentes?

- a) Rectángulo isósceles.
- b) Isósceles acutángulo.
- c) Rectángulo escaleno.
- d) Equilátero.
- e) En ninguno.

31. Los ángulos exteriores de un triángulo están en la razón  $3 : 2 : 3$ , luego el triángulo es

- a) escaleno obtusángulo.
- b) escaleno rectángulo.
- c) isósceles obtusángulo.
- d) isósceles rectángulo.
- e) isósceles acutángulo.

32. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

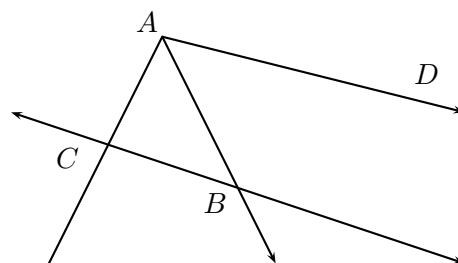
- a) Dos triángulos rectángulos que tienen un cateto respectivamente congruente, son congruentes.
- b) Si dos triángulos rectángulos tienen la hipotenusa congruente, son congruentes.
- c) Si dos triángulos rectángulos tienen dos ángulos correspondientes congruentes, son congruentes.
- d) Si dos triángulos rectángulos tienen dos lados correspondientes congruentes, son congruentes.

e) Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo respectivamente congruentes, son congruentes.

33. En la figura,  $\overrightarrow{AD} // \overleftarrow{CB}$ . Se puede determinar que  $\overleftrightarrow{AB}$  es bisectriz del  $\sphericalangle DAC$  si:

- (1)  $\triangle ACB$  es rectángulo en  $C$ .
- (2)  $\sphericalangle DAB = 45^\circ$

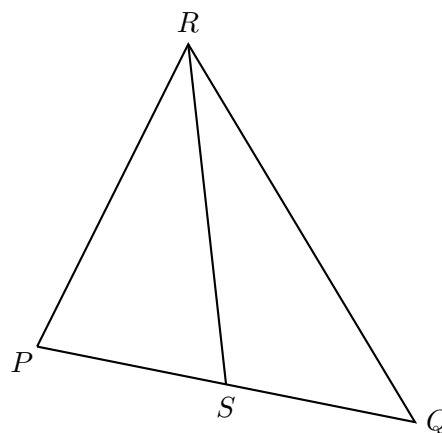
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



34. En el  $\triangle PQR$  de la figura,  $S$  es punto medio de  $\overline{PQ}$  y  $\sphericalangle RQS = 55^\circ$ . Se puede determinar que el  $\triangle PQR$  es isosceles si:

- (1)  $\overline{RS} \perp \overline{PQ}$ .
- (2)  $\sphericalangle QRS = \sphericalangle PRS$

- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.

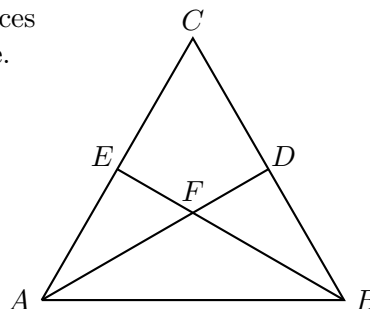




35. El  $\triangle ABC$  de la figura es rectángulo si:

- (1)  $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC$
- (2)  $\sphericalangle BFA = 135^\circ$ ;  $\overline{AD}$  y  $\overline{BE}$  son bisectrices de los ángulos  $A$  y  $B$ , respectivamente.

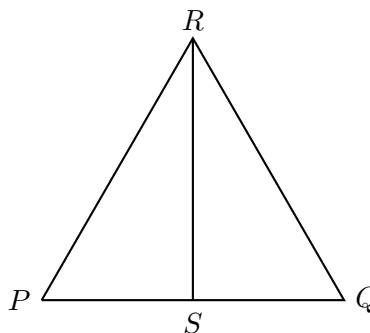
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



36. En el  $\triangle PQR$  de la figura,  $\overline{RS}$  es altura y  $\overline{PS} = \overline{SQ}$ . El  $\triangle PQR$  es equilátero si:

- (1)  $\triangle PSR \cong \triangle QSR$
- (2)  $\sphericalangle SPR = 60^\circ$

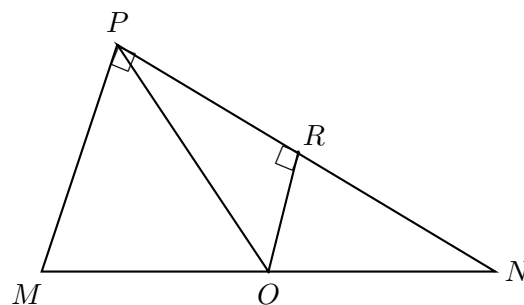
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



37. En el  $\triangle MNP$  de la figura, se puede afirmar que los triángulos  $RON$  y  $ROP$  son congruentes si:

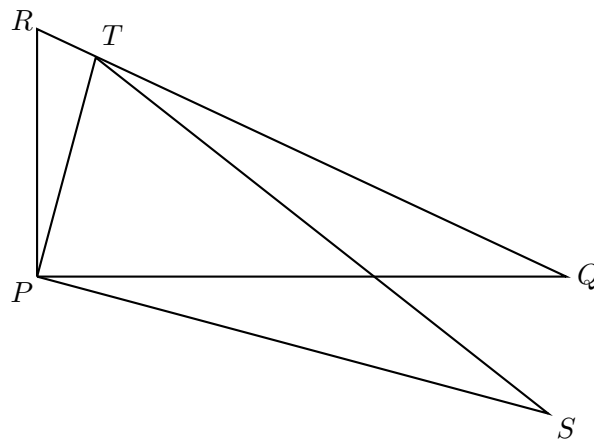
- (1)  $R$  punto medio de  $\overline{NP}$ .
- (2)  $\triangle MOP$  es equilátero.

- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



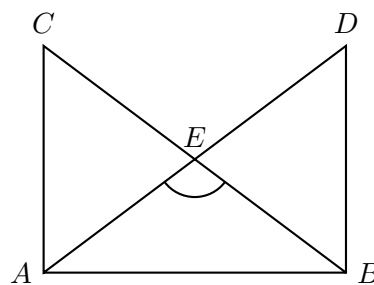
38. En la figura,  $\triangle PQR \cong \triangle PST$  y  $T$  pertenece a  $\overline{RQ}$ . Se puede determinar la medida del  $\angle PTR$  si

- (1)  $\angle QPS = 50^\circ$
- (2)  $\angle STP = 65^\circ$
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



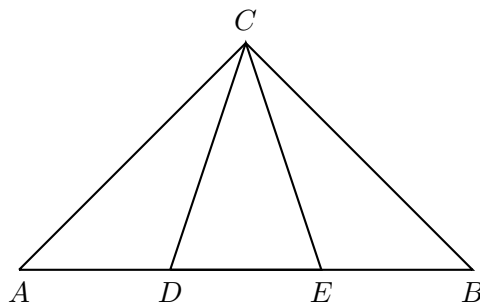
39. Los triángulos  $ABC$  y  $BAD$  son congruentes. Se puede determinar la medida del  $\angle BEA$  si:

- (1)  $\angle DAB = 40^\circ$
- (2)  $\overline{CE} \cong \overline{EB} \cong \overline{DE} \cong \overline{EA}$
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



40.  $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ . El  $\triangle DEC$  es equilátero si:

- (1)  $\angle CAD = 30^\circ$
- (2)  $\angle ADC = 120^\circ$
- a) (1) por sí sola.
- b) (2) por sí sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por si sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.



---

1 C	2 B	3 A	4 D	5 C
6 C	7 C	8 A	9 D	10 C
11 D	12 A	13 E	14 E	15 D
16 C	17 C	18 E	19 C	20 C
21 E	22 C	23 B	24 D	25 B
26 B	27 C	28 E	29 C	30 D
31 D	32 D	33 C	34 D	35 B
36 B	37 D	38 D	39 A	40 B